

Список вопросов к первому коллоквиуму.

Список билетов по математическому анализу 3 семестр:

1. Числовые ряды, их сходимость. Критерий Коши. Ряды с неотрицательными членами, признаки их сходимости (теоремы сравнения).
2. Признак Коши (радикальный). Интегральный признак Коши. Сходимость ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^p}$.
3. Признаки Куммера, Даламбера, Гаусса (с доказательством).
4. Абсолютная и условная сходимости. Преобразование Абеля. Признаки Абеля, Дирихле, Лейбница.
5. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши.
6. Признаки Вейерштрасса, Абеля, Дирихле равномерной сходимости. Исследование на равномерную сходимость $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(nx)}{n^p}$, $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(nx)}{n^p}$, $p > 0$ на множествах а) $(0; 2\pi)$; б) $(0 + \epsilon; 2\pi - \epsilon)$, $\epsilon \in (0; \pi/2)$.
7. Теорема о непрерывности функциональных рядов и последовательностей. Пример непрерывной функции на \mathbb{R} , но не дифференцируемой ни в одной точке (достаточно доказать непрерывность данной функции).
8. Теорема об интегрировании функциональных рядов и последовательностей.
9. Изменение порядка предела и суммы для функционального ряда. Почленное дифференцирование функциональных рядов.
10. Степенные ряды и их свойства (в \mathbb{C}). Круг сходимости, радиус сходимости. Вычисление радиуса сходимости (в \mathbb{C}). Непрерывность суммы.
11. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение в степенной ряд функцию $\operatorname{arctg}(x)$ в нуле (над полем \mathbb{R}).
12. Бесконечные произведения. Необходимый признак сходимости. Условная и абсолютная сходимость бесконечных произведений. Теоремы сходимости.
13. Разложение целых функций в бесконечное произведение (без доказательства). Разложение для $\sin z$, $\cos z$. Формула Валлиса.
14. Формула Стирлинга для $n!$.
15. Тригонометрические ряды Фурье. Выражения для частичных сумм. Ядро Дирихле. Критерий сходимости тригонометрического ряда Фурье в точке. Признак сходимости (критерий и признак б/д).

Список вопросов к первому коллоквиуму.

1. Частичная сумма. Сходимость и сумма ряда.
2. Критерий Коши сходимости ряда.
3. В терминах ε , δ дать определение того, ряд расходится.
4. Необходимый признак сходимости ряда.
5. Признак сравнения.
6. Признак Коши радикальный.
7. Интегральный признак Коши.
8. Признак Куммера.
9. Признак Даламбера.
10. Признак Гаусса.
11. Сформулировать определение знакопередающего ряда. Условная и абсолютная сходимость ряда.
12. Признак Дирихле.
13. Признак Абеля.
14. Признак Лейбница.
15. Признак сходимости для знакопеременного ряда (аналог признака Гаусса).
16. Теоремы о перестановках ряда (включая теорему Римана).
17. Понятие произведения рядов. Различные виды этого понятия (можно привести любые два примера). Теоремы о произведении рядов (теорема Мертенса).
18. Равномерная сходимость последовательности и ряда.
19. Критерий Коши равномерной сходимости последовательности и ряда.
20. В терминах ε , δ дать определение того, что последовательность и ряд сходятся неравномерно.
21. Мажорантные признаки равномерной сходимости.
22. Признак Абеля, Дирихле равномерной сходимости.
23. Теорема о непрерывности для рядов и функциональных последовательностей.
24. Теорема об интегрируемости рядов и функциональных последовательностей.
25. Теорема о дифференцируемости рядов.
26. Теорема о перестановки предела с суммой.
27. Пример функции непрерывной всюду, но не дифференцируемой ни в одной точке.
28. Радиус сходимости для степенного ряда, формулы для его вычисления (формула Коши-Адамара).
29. 1-ая теорема Абеля.
30. 2-ая теорема Абеля.
31. Сходимость и расходимость бесконечного произведения.
32. Два критерия сходимости бесконечного произведения $\prod_{n=1}^{+\infty} p_n$ (все $p_n > 0$).
33. Кратный корень функции. Аналитическая функция в \mathbb{C} .
34. Теорема Вейерштрасса о бесконечном произведении.
35. Формула Валлиса, формула Стирлинга.
36. Тригонометрический ряд Фурье.
37. Критерий о сходимости ряда Фурье.
38. Теорема сходимости тригонометрических рядов Фурье.
39. Ядро Дирихле.